

Rezumat

*Fuzzy information theory with applications to
computational linguistics*

*Teoria informației fuzzy cu aplicații în
lingvistica computațională*

Autor: Laura Franzoi

Coordonator: Prof. Liviu P. Dinu

București, 2018

Cuprins

Introducere și motivație.....	3
Structura tezei.....	4
Contribuții	5
Lista publicațiilor.....	7
Bibliografie	8

Introducere și motivație

Conform Ethnolog, [7], există aproximativ 7000 de limbi vorbite în lume, iar una dintre cele mai interesante teme (atât în domeniul academic, cât și în rândul publicului larg) este clasificarea acestora. Dacă până în anii '90 principalele metode utilizate pentru clasificarea limbilor naturale erau cele comparative, ultimele decenii au adus un număr tot mai mare de abordări computaționale pentru clasificarea limbilor. Marea majoritate a metodelor utilizate în lingvistica istorică computațională au folosit elementele lexicale, în timp ce abordările sintactice au fost mult mai puțin prezente în clasificarea lingvistică. Mai mult, în clasificarea limbilor naturale, instrumentele fuzzy și teoria informațiilor nu au fost folosite prea mult, cf. [5, 11].

În această teză am prezentat metode noi de clasificare a limbilor naturale prin investigarea unor instrumente matematice și computaționale originale proiectate pentru a face față unor date fuzzy, a unor caracteristici irelevante (adică trăsături care nu ar trebui să contribuie la clasificare) și chiar a unor caracteristici inconsecvente (care nu au sens pentru anumite limbi). Pentru a evalua metodele noastre, le-am testat pe două seturi de date, unul al lui Z. Muljagic, cf. [18], iar celălalt al lui G. Longobardi, cf. [3].

Pentru a ne atinge obiectivele, a trebuit să folosim o mulțime de instrumente și idei derivate din teoria informației lui Shannon: în consecință, a trebuit să stabilim și să clarificăm relația profundă dintre abordările tradiționale distincte în gestionarea cunoașterii incomplete, probabilitate/statistica versus posibilitate/neclaritate (fuzziness).

Una dintre principalele componente ale acestei teze este logica fuzzy, un subiect fierbinte în zilele noastre. Conceptul de mulțime fuzzy, în ciuda numeroaselor aplicații, a devenit un câmp de luptă al opiniilor contradictorii încă de la prima sa apariție în articolul "Fuzzy sets", scris de Lotfi Asker Zadeh [1927-2017] în revista "Information and Control" 1965, cf. [30]. Când a introdus mulțimile fuzzy, el a fost motivat de lipsa oricărui cadru matematic existent care ar putea satisface complexitatea a ceea ce el numea sisteme animate. Noțiunea de algoritm fuzzy pentru parcare a unei mașini a fost o ilustrare convingătoare a acestui punct de vedere, cf. [16]. Astăzi ne-am gândi mai întâi la imprecizie și la managementul ei, spre deosebire de incertitudinea abordată în teoria probabilităților.

Zadeh nu a sugerat o nouă teorie care șterge conceptele matematice deja cunoscute, ci o extensie a acestora. Mulțimile fuzzy au întâlnit un interes crescând și câștigă din ce în ce mai multă recunoaștere. Sunt publicate jurnale și cărți despre teoria mulțimilor fuzzy, sunt organizate conferințe privind modelarea și controlul fuzzy și sunt lansate pachete software pentru controlul fuzzy.

Alte instrumente puternice utilizate în această teză provin din domeniul Teoria informației, care a fost "oficial" născut în 1948, cf. [27]; de fapt Cl. Shannon deja scrisese, în timpul celui de-al doilea război mondial, un articol despre criptografie, (inclusiv criptografie bazată pe teoria informației), care a fost revizuit și publicat doar în anul următor, cf. [28]. Noțiunea sa de distinguishability (distinctivitate) a șirului, în mod complementar a confuzabilității șirului, care este centrală pentru lucrarea noastră, se referă inițial la teoria informației cu „zero-errors”, cf. [29], și a fost ulterior generalizată într-un cadru destul de larg în [2, 1, 4, 14, 15, 21, 19, 20, 22]. În această lucrare intenționăm să arătăm că această noțiune teoretică a lui

Shannon are o importanță fundamentală în prelucrarea limbajului natural și în lingvistica matematică. De fapt, evoluția lingvistică are nevoie de această noțiune, așa cum vom argumenta mai jos. Intersecția lingvisticii cu noțiunile din teoria informației, ale zgomotului de pe canal și decodificării canalelor sunt destul de relevante în această lucrare și, în opinia noastră, lasă loc suficient pentru cercetări viitoare.

Structura tezei

Prezentăm mai jos structura tezei, dând rezumate ale capitolelor prezente în teza.

În **Capitolul 1** discutăm definiții alternative ale numerelor fuzzy și ale cantităților fuzzy pe care le găsim în literatura de specialitate (inclusiv literatura la care am contribuit, cf. [9, 10, 23]) și oferim o scurtă trecere în revistă a fundamentelor teoriei și logicii fuzzy care sunt necesare pentru formularea problemelor descrise în următoarele capitole. Subliniem motivele pentru care credem că o bază solidă pentru aritmetica fuzzy este esențială pentru utilizarea corectă a instrumentelor fuzzy, așa cum este necesar aici, într-un context lingvistic și bazat pe teoria-informației.

Capitolul 2 se referă la noțiunea de irelevanță, care este un instrument de bază și convenabil de a accelera calculele în aritmetica numerelor interactive fuzzy. După introducerea noțiunii de irelevanță prin abordarea n -polilor fuzzy, adică a unor cantități fuzzy cu un suport finit de mărimea n , vom trece la mai multe suporturi constante, cum ar fi intervalele. La sfârșitul capitolului vom încerca să înțelegem ce se întâmplă dacă una din cantitățile fuzzy pe care o considerăm a fi incompletă sau sub-normală, adică dacă se permite ca o cantitate fuzzy să fie "tăiată" la o înălțime h mai mică de 1. Rezultatele se bazează pe lucrări în cadrul cărora autorul este co-autor, cf. [9, 24, 10, 12, 25, 11].

Capitolul 3 poate fi văzut ca o justificare a afirmației noastre conform căreia aritmetica fuzzy este indispensabilă pentru înțelegerea corectă și utilizarea noțiunilor fuzzy și a instrumentelor fuzzy. În teoria informației standard se presupune că semnalele de intrare sunt clare, dar acest lucru nu este întotdeauna realist. Abordarea noastră în acest capitol este atât fuzzy cât și stochastic. Susținem că neclaritatea este o alegere adecvată atunci când nu se poate controla direct fiecare semnal transmis canalului. Folosind aritmetica fuzzy a numerelor interactive fuzzy, vom explora impactul pe care o constrângere fuzzy îl are asupra capacității canalului. Materialul prezentat în acest capitol se bazează în mare măsură pe articolul nostru publicat în comun [13].

Capitolul 4 este un capitol introductiv, care deschide calea spre dihotomia distanța / distinguishability și, astfel, pentru aplicațiile noastre fuzzy în lingvistica computațională și în clasificarea lingvistică. Așa cum ne vom referi, mai ales în capitolul 5, această dihotomie este fundamentală nu numai în teoria codării, ci și în lingvistica computațională și prelucrarea limbajului natural.

Capitolul 5 este capitolul central al tezei dintr-un punct de vedere strict bazat pe teoria informației. Acesta se bazează în principal pe lucrarea comună [1]. Vom arăta că abordarea fuzzy și probabilistică a problemelor de informație și codificare sunt strâns legate și pot fi legate de noțiunea unificatoare a probabilității superioare (upper probability).

În **Capitolul 6** oferim clasificarea lingvistică pornind de la datele lui Muljaci'c. În clasificările sale, Z. Muljaci a folosit date vagi (fuzzy). Folosind ideea lui vom calcula distanța Hamming fuzzy (pe care noi o numim distanța Muljaci). Folosind apoi noțiunea de distinguishability, vom calcula distinguishability fuzzy Hamming derivată din distanțele Muljaci, care este foarte ușor de calculat și o vom numi distinguishability Muljaci. În acest capitol vom arăta o primă clasificare a limbilor folosind distanța Muljaci și distinguishability Muljaci. În ultima secțiune a capitolului vom schimba cadrul logic și vom înlocui minima și maxima cu norma T (conjuncție) și T-conorm (disjuncție) corespunzătoare așa cum sunt ele folosite în comunitatea fuzzy. Noile distanțe pe care le vom obține vor susține clasificarea inițială a lui Muljaci'c.

În **Capitolul 7** reluăm datele Muljaci cu caracteristici fuzzy, dar așa cum recent lingvistul G. Longobardi sugerează, luăm în considerare faptul că unele trăsături pot fi irelevante (nu au nici un sens). Pentru această clasificare, recurgem la transformarea Steinhaus, un instrument puternic care ne permite să ne ocupăm de date lingvistice, care sunt nu numai fuzzy, ci și eventual, irelevante sau chiar logic inconsistente. Materialul prezentat în acest capitol este publicat parțial, cf. [6, 15], dar conține și rezultate nepublicate încă.

În ultima secțiune a capitolului prezentăm o metoda care ne permite să lucrăm împreună atât cu irelevanță, cât și cu inconsistentă și care se bazează pe transformarea generalizată Steinhaus. Într-o remarcă am comentat de ce acest instrument s-ar putea dovedi util în situațiile în care alte instrumente nu pot fi utilizate.

În capitolul 8 prezentăm concluziile tezei și ale lucrărilor viitoare.

În **Capitolul 8** prezentăm concluziile tezei și posibilitati viitoare de dezvoltare.

Contribuții

Această teză de doctorat se bazează pe rezultatele publicate [1, 6, 11, 8, 14, 13, 15, 25, 26, 24, 23] care au fost extinse, reorganizate și îmbunătățite. Lista completă a publicațiilor este prezentată de asemenea și separat la sfarsitul acestei secțiuni.

În teză am discutat mai întâi definițiile alternative ale numerelor fuzzy și ale cantităților fuzzy pe care le găsim în literatură. Definiția pe care am propus-o în primul capitol apare în [25] și a fost prezentată la cea de-a 16-a Conferință Internațională IPMU din Eindhoven în 2016.

Apoi am discutat diferite instrumente pe care le putem folosi pentru a accelera calculul folosind cantități fuzzy. În particular am analizat cazul discret; am prezentat rezultatele la cea de-a 14-a Conferință Internațională IPMU din Catania în 2012. Am considerat în continuare cazul continuu care se ocupă mai întâi de irelevanță parțială (adică rezultatele unei operații algebrice sunt același lucru pentru unele distribuții, cf. [12]), și apoi de irelevanță totală; aceste rezultate sunt publicate în [12] și, respectiv, [25]. În particular autorul a prezentat ultimul rezultat la cea de-a 16-a Conferință Internațională IPMU din Eindhoven în 2016.

Am observat că uneori se poate lucra cu irelevanța în aritmetica fuzzy incompletă, adică nu lucrăm neapărat cu un număr fuzzy, ci cu o cantitate fuzzy; putem face acestei situații folosind implicarea Mamdani sau produsul dintre numerele fuzzy fara un suport pur. O întrebare apare în mod natural: când lucrăm cu cantități fuzzy generalizate și incomplete, în loc de numere fuzzy, putem vorbi încă despre irelevanță? Analiza a fost publicată în [11] și prezentată la al 18-lea International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing SYNASC, Timișoara, 2016.

Pentru a sublinia faptul că aritmetica fuzzy este indispensabilă pentru o înțelegere și utilizare corectă a noțiunilor fuzzy și a instrumentelor fuzzy, am introdus noțiunea de eroare fuzzy, ca un

fel de contrapartidă la noțiunea probabilistică standard de eroare de decodare (decoding error); rezultatele au fost publicate, cf. [13] și prezentate la conferința Soft Methods for Data Science SMPS din Roma în 2016.

Am demonstrat că abordarea fuzzy și posibilistică și abordarea probabilistică din teoria informației și codificare sunt strâns legate și pot fi legate de noțiunea unificatoare a probabilității superioare (upper probability). Pentru a face acest lucru, am analizat și am demonstrat două probleme inverse din teoriei codării. Rezultatele au fost publicate în Fundamenta Informaticae în 2015, cf. [1].

În ultima parte a tezei am prezentat rezultatele de clasificare lingvistică obținute cu ajutorul instrumentelor fuzzy și ale celor din teoria informației.

Pentru a începe clasificarea, am observat că în 1967, lingvistul croat Z. Muljacic a folosit o generalizare fuzzy a distanței Hamming între șirurile binare pentru a clasifica limbile romanice, cf. [18]. L. A. Zadeh introdusese noțiunea fuzzy doar cu doi ani înainte. În 1956, Cl. Shannon a introdus noțiunea de distinguishability a cuvintelor cod în teoria informației cu zero-error. Analizând toate aceste fapte, am constatat că distanța și distinguishability sunt noțiuni subtil diferite, chiar dacă, odată cu distanțele folosite de obicei în teoria codării, diferența dintre ele este nerelevantă, deoarece distinguishability se dovedește a fi o funcție evidentă și trivială a distanței. Am derivat distinguishability fuzzy Hamming pornind de la distanțele Muljacic. Rezultatele au fost publicate în [14] și prezentate la FUZZ-IEEE din Napoli în 2017. Apoi ne-am întrebat: ce se întâmplă dacă schimbăm cadrul logic și în loc să luăm în considerare conjuncția clasică și disjuncția, luăm în considerare T-norma și T-conorma? Rezultatele găsite au fost publicate în [15] și prezentate la cea de-a 21-a Conferință Internațională KES-2017 din Marsilia în 2017. Cu această ocazie am prezentat o primă clasificare a limbilor romanice folosind datele Muljacic.

Se poate întâmpla însă ca în problemele de clasificarea a limbilor naturale unele trăsături să lipsească în două sau mai multe limbi (ele sunt irelevante). Aceste caracteristici contribuie la clasificarea limbilor naturale? Folosind un instrument matematic puternic numit transformarea Steinhaus, am încercat să înțelegem ce se întâmplă în clasificarea lingvistică și am constatat faptul că rezultatele preliminare se comporta destul de bine, fiind loc de îmbunătățiri ulterioare. Rezultatele prezentate în teză au fost publicate, cf. [8] și prezentate la cel de-al 19 simpozion International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing SYNASC în Timișoara în 2017.

În final ne-am concentrat asupra datelor lui G. Longobardi, care a propus un proiect ambițios și inovator privind clasificarea lingvistică pe baza sintaxei, cf. [3, 17]: limbile sunt reprezentate prin intermediul șirurilor *da-nu* de lungime 53, fiecare poziție din șir corespunzând unei caracteristici sintactice care poate fi prezentă sau absentă. Cu toate acestea, datorită unei rețele complexe de implicații logice care restricționează caracteristicile, unele poziții ar putea fi nedefinite (logic inconsistente). Utilizând și în acest caz transformarea Steinhaus a distanțelor asemănătoare cu distanța Hamming am prezentat o nouă clasificare. În timp ce G. Longobardi folosește o distanță care nu este metrică, am găsit o clasificare comparabilă (care are totuși unele diferențe față de clasificarea lui Longobardi) folosind o metrică. Rezultatele au fost publicate, cf. [6] și prezentat la cea de-a 17-a Conferință Internațională IPMU din Cadiz în 2018.

De asemenea, ne-am întrebat dacă putem găsi un instrument matematic care să ne permită să considerăm irelevanța și inconsecvența nu separat, ci împreună. Răspunsul a fost afirmativ, și a fost dat de transformarea generalizată a biotopului. Aceste rezultate nu sunt încă publicate.

Lista publicațiilor

Această teză de doctorat se bazează pe următoarele rezultate publicate de autor:

1. A. Sgarro, L. Franzoi, *Livre flow*: www.dmi.units.it/~sgarro/livre_flow.pdf
2. A. Sgarro and L. Franzoi, *Fuzzy Arithmetics for Fuzzy n-Poles: When is Interactivity Irrelevant?*, IPMU (3) 2012, pp. 1 – 8, doi: 10.1007/978-3-642-31718-7, ISSN: 1865-0929, Springer Berlin Heidelberg
3. L. Franzoi, A. Sgarro, *(Ir)relevance of interactivity in fuzzy arithmetic*, *Mathematica Pannonica*, 25/1 (2014), pp. 1 – 11
4. L. Bortolussi, L. P. Dinu, L. Franzoi, A. Sgarro, *Coding theory: a general framework and two inverse problems*, (2015), *Fundamenta Informaticae*, vol. 141, p. 297 – 310, ISSN: 0169-2968, doi: 10.3233/FI-2015-1277
5. A. Sgarro and L. Franzoi, *(Ir)relevant T-norm joint distributions in the arithmetic of fuzzy quantities*, (2016), IPMU, *International Processing and Management of Uncertainty in Knowledge – Based Systems*, vol. 611, pp. 3 – 11, ISSN 1865-0929
6. L. Franzoi and A. Sgarro, *Fuzzy signals fed to Gaussian channels*, (2016), *Soft Methods for Data Science*, vol. 456, pp. 221 – 228, doi: 10.1007/978-3-319-42972-4_28
7. L. Franzoi, *Irrelevance in incomplete fuzzy arithmetic*, (2016) *SYNASC (Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing)*, pp. 287 – 291, ISSN: 2470-881X, doi: 10.1109/SYNASC.2016.052
8. L. Franzoi, A. Sgarro, *Fuzzy Hamming distinguishability*, in press in 2017 *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, doi: 10.1109/FUZZ-IEEE.2017.8015434
9. L. Franzoi, A. Sgarro, *Linguistic classification: T-norms, fuzzy distances and fuzzy distinguishabilities*, (2017) – *Procedia Computer Science* 112 (2017) 1168 – 1177 – 21th International Conference on Knowledge Based and Intelligent Information and Engineering Systems, KES 2017, 6-8 September 2017, Marseille, France, doi: 10.1016/j.procs.2017.08.163
10. L. Franzoi, *Jaccard – like variation of the fuzzy Hamming distance*, (2017) – *SYNASC 2017 – 19th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing*, SYNASC 2017, Timisoara, Romania, September 21-24, 2017. pp. 196 - 202
11. A. Dinu, L. P. Dinu, L. Franzoi, A. Sgarro, *Steinhaus transforms of fuzzy string distances in computational linguistics*, (2018) – IPMU, *International Processing and Management of Uncertainty in Knowledge – Based Systems*, vol. 853, pp. 171 – 182, doi: 10.1007/978-3-319-91473-2, ISBN 978-3-319-91472-5

Bibliografie

- [1] L. Bortolussi, L. P. Dinu, L. Franzoi, and A. Sgarro. “Coding Theory: A General Framework and Two Inverse Problems”. In: *Fundam. Inform.* 141.4 (2015), pp. 297–310.
- [2] L. Bortolussi, L. P. Dinu, and A. Sgarro. “Spearman permutation distances and Shannon’s distinguishability”. In: *Fundamenta Informaticae* 118.3 (2012), pp. 245–252.
- [3] L. Bortolussi, A. Sgarro, G. Longobardi, and C. Guardiano. “How many possible languages are there?” In: *Biology, Computation and Linguistics* (2011), pp. 168–179.
- [4] N. Chomsky. “On the Nature of Language”. In: *Origins and Evolution of Language and Speech Annals of New York Academy of Sciences* (1976), pp. 46–57.
- [5] A. M. Ciobanu, L. P. Dinu, and Sgarro A. “Towards a Map of the Syntactic Similarity of Languages”. In: *CICLing 2017 LNCS* 10761 (2018), pp. 1–15.
- [6] A. Dinu, L. P. Dinu, L. Franzoi, and A. Sgarro. “Steinhaus transforms of fuzzy string distances in computational linguistics”. In: *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems. Theory and Foundations - 17th International Conference, IPMU 2018, Cádiz, Spain, June 11-15, 2018, Proceedings, Part I*. 2018, pp. 171–182.
- [7] *Ethnologue*. <https://www.ethnologue.com/>. 2018.
- [8] L. Franzoi. “Jaccard-like fuzzy distances for computational linguistics”. In: *19th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, SYNASC 2017, Timișoara, Romania, September 21-24, 2017*, pp. 196–202.
- [9] L. Franzoi. *Quadrati di numeri fuzzy*. Unpublished manuscript, Università degli Studi di Trieste, Italia, 2010.
- [10] L. Franzoi. *Interactivity in fuzzy arithmetic*. Unpublished master’s thesis, Università degli Studi di Trieste, Italia, 2012.
- [11] L. Franzoi. “Irrelevance in Incomplete Fuzzy Arithmetic”. In: *18th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, SYNASC 2016, Timișoara, Romania, September 24-27, 2016*, pp. 287–291.
- [12] L. Franzoi and A. Sgarro. “(Ir)relevance of interactivity in fuzzy arithmetic”. In: *Mathematica Pannonica* 25/1 (2015), pp. 1–11.
- [13] L. Franzoi and A. Sgarro. “Fuzzy Signals fed to Gaussian Channels”. In: *Soft Methods for Data Science, SMPS 2016, Rome, Italy, 12-14 September, 2016*. 2016, pp. 221–228.
- [14] L. Franzoi and A. Sgarro. “Fuzzy hamming distinguishability”. In: *2017 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2017, Naples, Italy, July 9-12, 2017* pp. 1–6.
- [15] L. Franzoi and A. Sgarro. “Linguistic classification: T-norms, fuzzy distances and fuzzy distinguishabilities”. In: *Knowledge-Based and Intelligent Information & Engineering Systems: Proceedings of the 21st International Conference KES-2017, Marseille, France, 6-8 September 2017*. 2017, pp. 1168–1177.
- [16] A. Goldstein. *Oral-History: Lotfi Zadeh*. http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/Oral-History:Lotfi_Zadeh.
- [17] G. Longobardi, A. Ceolin, L. Bortolussi, C. Guardiano, M. A. Irimia, D. Michelioudakis, N. Radkevich, and A. Sgarro. “Mathematical modeling of grammatical diversity supports the historical reality of formal syntax”. In: *University of Tübingen, online publication system Tübingen DEU* (2016), pp. 1–4.
- [18] Ž Muljačić. “Die Klassifikation der romanischen Sprachen”. In: *Rom. Jahrbuch* 18 (1967), pp. 23–37.
- [19] V. Novák. “Fuzzy Logic in Natural Language Processing”. In: *2017 IEEE International Conference*

on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2017, Naples, Italy, July 9-12, 2017. 2017.

- [20] A. Sgarro. “Possibilistic information theory: a coding-theoretic approach”. In: *Fuzzy Sets and Systems* 132(2) (2002), pp. 11–32.
- [21] A. Sgarro and L. Bortolussi. “Codeword distinguishability in minimum diversity decoding”. In: *Journal of Discrete Mathematical Sciences and Cryptography* 9:3 (2006), pp. 487–502.
- [22] A. Sgarro and L. P. Dinu. “Possibilistic entropies and the compression of possibilistic data”. In: *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 10(2002), pp. 635–653.
- [23] A. Sgarro and L. Franzoi. *Livre Flou*. http://www.dmi.units.it/~sgarro/livre_flou.pdf.
- [24] A. Sgarro and L. Franzoi. “Fuzzy Arithmetics for Fuzzy n-Poles: When Is Interactivity Irrelevant?”. In: *Advances in Computational Intelligence - 14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, IPMU 2012, Catania, Italy, July 9-13, 2012, Proceedings, Part III*. 2012, pp. 1–8.
- [25] A. Sgarro and L. Franzoi. “(Ir)relevant T-norm Joint Distributions in the Arithmetic of Fuzzy Quantities”. In: *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems - 16th International Conference, IPMU 2016, Eindhoven, The Netherlands, June 20-24, 2016, Proceedings, Part II*. 2016, pp. 3–11.
- [26] A. Sgarro and L. Franzoi. “(Ir)relevant T-norm joint distributions in the arithmetic of fuzzy quantities”. In: *IPMU, International Processing and Management of Uncertainty in Knowledge - Based Systems*. Vol. 611. 2016, pp. 3–11. doi: 10.1007/978-3-319-40581-0_1.
- [27] C. Shannon. “A mathematical theory of communication”. In: *The Bell System Technical Journal* 27 (1948), pp. 379–423, 623–656.
- [28] C. Shannon. “Communication Theory of Secret Systems”. In: *The Bell System Technical Journal* 28 (1949), pp. 656–715.
- [29] C.E. Shannon. “The zero-error capacity of a noisy channel”. In: *IRE Transactions on Information Theory* 2 (1956), pp. 8–19.
- [30] L. A. Zadeh. “Fuzzy Sets”. In: *Information and Control* 8.3(1965), pp. 338–353.