

UNIVERSITATEA DIN BUCUREȘTI  
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFOMATICĂ  
ȘCOALA DOCTORALĂ DE INFORMATICĂ

# **Studiul Algebric al Interacției în Sistemele de Calcul**

Rezumat

*Coordonator Științific:*  
Prof. Gheorghe ȘTEFĂNESCU

*Doctorand:*  
Iulia Teodora BANU DEMERGIAN

BUCUREȘTI, 2014

Metodele formale au oferit încă de timpuriu, o data cu propunerea unor modele matematice de calcul, instrumente riguroase de analiză, dezvoltare și verificare a sistemelor de calcul și programelor. Puterea de calcul și expresivitatea sunt considerate printre cele mai importante cerințe în evaluarea modelelor formale. Modelele algebrice reprezintă o clasă de formalisme care reușește să răspundă în mod echilibrat ambelor exigențe menționate mai sus. În particular, sistemul axiomatic propus de algebrele *Kleene* are o contribuție semnificativă în studiul a două concepte fundamentale în informatică: automatele finite și expresiile regulate. Introduse de către *Kleene* în studiul rețelelor neuronale și dezvoltate ulterior de către *Conway*, algebrele *Kleene* își găsesc aplicații variate în: analiza semantică și logică a programelor, algebra relațională, teoria grafurilor etc.

Teorema lui *Kleene* pentru automate finite, arată echivalența acestora cu expresiile regulate. Automatele finite și expresiile regulate recunosc același limbaj, acest rezultat având și o demonstrație algebrică. Limbajul recunoscut de un automat finit poate fi descris atât ca soluție a unui sistem de ecuații (fiecărei stări a automatului îi corespunde o ecuație) cât și prin intermediul unor matrici peste un semiinel înzestrat cu un operator de iterație. Operațiile sunt interpretate într-un domeniu semantic unde “+”, “.”, “1”, “0” reprezintă reuniunea a două limbaje, operația de concatenare, cuvântul vid respectiv limbajul vid. Soluția sistemului de ecuații asociat automatului, se obține prin aplicarea succesivă a operatorului *Kleene* star asupra matricilor. Formula esențială în demonstrarea teoremei *Kleene*, care exprimă rezultatul aplicării operatorului star asupra unei matrici în funcției de star-ul componentelor sale, este adevărată în contextul unei teorii *Conway*. În contextul unor structuri algebrice mai generale, operatorii pentru iterație pot avea axiomatizări diferite.

Algebra rețelelor, construită ca o categorie monoidală simetrică înzestrată cu operatorul de iterație feedback, conferă un nivel de abstractizare în care structuri algebrice aparent necorelate, destinate studiului unor arii specifice ale informaticii, pot fi reprezentate expresiv și uniform. În calculul rețelelor (denumit și al flownomialelor), asemănător calculului polinoamelor, o rețea abstractă constă în celule conectate prin săgeți (morfisme) care aparțin unei algebre de rețele arbitrare. În funcție de semantica aleasă, expresiile peste algebrele de rețele pot descrie aspecte diferite ale unui sistem, spre exemplu, comportamentul în timp și spațiu, funcția input-output asociată unui program imperativ.

În contextul în care modelele de calcul paralel și interactiv devin din ce în ce mai necesare, datorită dezvoltărilor hardware și software din ultimul timp, obiectivul tezei este de a prezenta o formalizare a *sistemelor interactive cu regiștrii și voci* care să urmeze exemplul modelelor algebrice cunoscute pentru programele

secvențiale, în special al algebrelor de tip *Kleene* și al algebrelor de rețele amintite mai sus.

*Sistemele interactive cu regiștrii și voci (rv-IS)* reprezintă un formalism recent introdus pentru modelarea și analiza sistemelor interactive, având la bază mașinile cu regiștrii și dualitatea spațiu-timp. Terminologia *rv-IS* se referă la: o versiune 2-dimensională a automatelor finite, *sisteme interactive finite*; un limbaj de programare structurată: *AGAPIA*; un limbaj de programare de nivel scăzut, *rv-programe*, care poate fi adaptat pentru compilarea *rv-programelor* structurate.

Pașii pe care îi propunem pentru obținerea unei teorii algebrice a sistemelor interactive sunt: (1) definirea unei clase  $E_1$  de expresii regulate 2-dimensionale care să recunoască limbajele specificate de sisteme interactive finite cu două stări și două clase. (2) generalizarea clasei  $E_1$  la o clasă  $E_2$  care să poată genera limbajului recunoscut de un sistem interactiv finit oarecare (cu un număr arbitrar de stări și clase); (3) găsirea unei submulțimi  $E$  a lui  $E_2$  pentru care să demonstrăm o teoremă de tip Kleene pentru sisteme interactive finite; (4) formalizarea algebrică a conceptelor, care să permită definirea unei semantici pentru *rv-programe*, asemănătoare semanticii obținute pentru programe imperative, în contextul algebrei relațiilor.

Urmând capitolului introductiv, al doilea capitol al tezei sumarizează rezultatele cunoscute referitoare la sisteme interactive finite. Sistemele interactive finite îmbină funcționalitatea a două automate finite: un automat descrie evoluția stărilor unui sistem iar al doilea descrie interacția, tranzițiile fiind denumite stări respectiv clase. Este amintită echivalența cu o clasă importantă de limbaje 2-dimensionale, limbajele recunoscute de sisteme de pavare.

Al treilea capitol introduce un nou tip de expresii regulate 2-dimensionale,  $n2RE$ . Sistemele de pavare recunosc cuvinte 2-dimensionale dreptunghiulare, utilizând redenumirea, intersecția, precum și două seturi de operatori pentru compunere: operatori pentru compunere verticală și operatori pentru compunere orizontală. Expresiile regulate  $n2RE$ , definite în [1], nu restricționează forma cuvintelor. Un cuvânt 2-dimensional este definit prin conturul (linia închisă fără intersecții) care îl mărginește, printr-un punct de start al acestui contur și prin literele cu care sunt completate celulele din  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  ce îi compun interiorul. Operatorul de compunere a două cuvinte este definit prin unirea punctelor de start ale conturilor asociate. În [4] propunem o reprezentare a conturilor ca șiruri peste alfabetul  $\{u, d, r, l\}$  (reprezentând direcțiile de deplasare în griduri din  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ) și doi algoritmi de testare a bunei definiții a conturilor.

În capitolul patru este identificată o clasă extinsă,  $x2RE$ , de expresii regulate 2-dimensionale care permit descrierea unui mecanism recursiv de generare a lim-

bajului recunoscut de sisteme interactive finite cu două stări și două clase. Compunerea cuvintelor 2-dimensionale este restricționată să respecte anumite relații între mulțimi de puncte alese din elementele care formează contururile. În [3] este prezentată o formulă de calcul matriceală pentru limbajului recunoscut de un sistem interactiv finit, asemănătoare cu formula folosită pentru automate finite, precum și un sistem de ecuații recursive care generalizează procedeul utilizat în cazul 1-dimensional al teoremei lui *Kleene*.

În capitolul cinci este ilustrat modul în care noile expresii regulate pot fi utilizate pentru obținerea unei semantici pentru programe rv-IS. În [?] este preferată varianta nestructurată deoarece atât semantica operațională cât și cea denotațională a rv-programelor sunt exprimate prin scenarii, iar scenariile pot fi ușor obținute pornind de la sistemul finit asociat unui rv-program. Pentru varianta structurată, capitolul șase propune o automatizare a unei translații la rv-programe, pentru care demonstrăm corectitudinea cu privire la păstrarea semanticii. În ultimul capitol sunt menționate concluziile și direcțiile de cercetare viitoare.

Rezultatele au post publicate în lucrările:

- 1 I.T. Banu-Demergian, C.I. Păduraru, and Gh. Ștefănescu, A new representation of two-dimensional patterns and applications to interactive programming. In: Proceedings FSEN 2013, LNCS 8161, pp. 183-198. Springer, 2013.
- 2 I.T. Banu-Demergian, Gh. Ștefănescu, The geoetric membrane structure of Finite Interactive Systems Scenarios. In: Proceedings CMC 2014, pp. 63-81, Institute of Mathematics and Computer Science, Chisinau, 2013
- 3 I.T. Banu-Demergian, Gh. Ștefănescu, Towards a Formal Representation of Interactive Systems. Fundamenta Informaticae 131:313-336, 2014.
- 4 I.T. Banu-Demergian, Gh. Ștefănescu. G., On the contour representation of two dimensional patterns. Carpathian Journal of Mathematics (2014), to appear