

REZUMAT TEZĂ DE DOCTORAT

Ion I. Dincă

În Teza de Doctorat intitulată "Transformata Bäcklund pentru quadrice" discutăm în principal transformata Bäcklund, atât pentru quadrice nedegenerate 2-dimensionale cât și pentru quadrice nedegenerate de dimensiune mai mare ca 2.

În ceea ce privește transformata Bäcklund pentru quadrice nedegenerate 2-dimensionale, introdusă de Bianchi în 1906, demonstrăm rigiditatea sa: singura transformată Bäcklund cu suprafață definitorie este transformata Bäcklund a lui Bianchi pentru quadrice nedegenerate.

Mai întâi considerăm problema transformatei Bäcklund a deformărilor izometrice a unei metrici 2-dimensionale arbitrare, adică avem în discuție o familie 3-dimensională rostogolită integrabilă de elemente de contact cu simetria configurației de tangență asociate unei suprafețe date. Obținem condiția de integrabilitate și arătăm că prima sa condiție de compatibilitate este echivalentă cu cerința ca deformarea izometrică a suprafeței date (anume sămânța) și orice foaie a familiei 3-dimensionale rostogolite integrabilă de elemente de contact cu simetria configurației de tangență să fie foile focale ale unei congruențe Weingarten, adică formele lor a doua fundamentale sunt proporționale, sau echivalent direcțiile asimptotice se corespund.

Considerăm apoi întrebarea când sunt foile unei familii 3-dimensionale rostogolite integrabilă de elemente de contact deformări izometrice de suprafețe.

Deoarece aranjarea elementelor de contact în foi se schimbă cu forma sămânței, deducem că toate foile trebuie să fie izometrice cu o aceeași suprafață, iar prin rostogolire corespondența izometrică se păstrează, deci avem corespondență izometrică a foilor independentă de forma sămânței.

Deducem deasemenea ca o condiție necesară ca toate foile să fie izometrice cu o aceeași suprafață cerința ca elementele de contact să fie în configurația de tangență.

Considerăm apoi restricția la presupunerea de colapsare inițială a foilor (ceea ce se întâmplă în cazul quadricelor) în cadrul unei familii 3-dimensionale rostogolite integrabilă de elemente de contact cu configurația de tangență.

Obținem condiția de integrabilitate, simetria configurației de tangență și izometria foilor independentă de forma sămânței.

Cu aceste informații și folosind numai parte din condiția de integrabilitate a unei familii 3-dimensionale rostogolite integrabilă de elemente de contact cu simetria configurației de tangență suntem în stare în final să demonstrăm faptul că singura transformată Bäcklund cu suprafață definitorie este transformata Bäcklund a lui Bianchi pentru quadrice nedegenerate.

În ceea ce privește quadrice nedegenerate de dimensiune mai mare ca 2 mai întâi dăm primele exemple explicite de deformări izometrice de quadrice nedegenerate de dimensiune mai mare ca 2: o generalizare a familiei explicite 1-dimensionale a lui Peterson de deformări izometrice de quadrice nedegenerate 2-dimensionale cu sistem conjugat comun dat de coordonatele sferice pe sfera complexă de dimensiune 2 la o familie $(n-1)$ -dimensională explicită de deformări izometrice de quadrice generale

n -dimensionale în spațiul Euclidian înconjurător de dimensiune $(2n-1)$, cu sistem conjugat comun dat de coordonatele sferice pe sfera complexă de dimensiune n și formele a doua alăturate nedegenerată. Este demonstrat apoi că această familie $(n-1)$ -dimensională este maximală.

În ceea ce privește deformările izometrice ale lui Peterson de quadrice de dimensiune mai mare ca 2 facem o presupunere despre formula lor inspirată din formula corespunzătoare cuadriceleor 2-dimensionale; după calcule această formulă ne permite să găsim o familie explicită $(n-1)$ -dimensională de deformări izometrice de quadrice de dimensiune mai mare ca 2.

Demonstrăm apoi că aceste deformări izometrice sunt netriviale.

Pentru a demonstra maximalitatea acestei familii $(n-1)$ -dimensionale de deformări izometrice studiem problema deformărilor netriviale de hipersuprafețe n -dimensionale în spațiul Euclidian înconjurător de dimensiune $(2n-1)$ cu sistem conjugat comun; aceasta este echivalentă cu formele a doua fundamentale alăturate nedegenerată.

Sistemul diferențial găsit admite cel mult o familie $(n-1)$ -dimensională de deformări izometrice, deci în cazul nostru familia deja găsită $(n-1)$ -dimensională de deformări izometrice este maximală.

În ceea ce privește transformata Bäcklund o introducem pentru deformări izometrice de quadrice nedegenerate de dimensiune n în spațiul Euclidian înconjurător de dimensiune $(2n-1)$, bazat pe principiile lui Bianchi, Cartan, Tenenblat-Terng și Berger-Bryant-Griffiths și pe noțiunea introdusă de noi de deformări izometrice de quadrice nedegenerate cu sistem conjugat comun și formele a doua alăturate nedegenerată. Pentru quadrice nedegenerate fără centru și pentru quadrice nedegenerate izotropice fără centru demonstrăm deasemenea Teorema de Permutabilitate a lui Bianchi și existența configurației Möbius mobile de ordin 3 pentru această transformată Bäcklund.

Mai întâi introducem sisteme diferențiale în involuție pentru problema deformării izometrice de quadrice de dimensiune mai mare ca 2 folosind noțiunea de deformări izometrice de quadrice nedegenerate cu sistem conjugat comun și formele a doua alăturate nedegenerată și sistemul izotermal-conjugat inițial pe quadrică dat de coordonatele ce introduc quadrica ca graf pentru quadrice nedegenerate fără centru și izotropice fără centru și transformarea lor proiectivă care ia punctul de la infinit pe a $(n+1)$ -a coordonată în polul nord al sferei complexe unitate pentru quadrice nedegenerate cu centru.

Apoi introducem transformarea Bäcklund pentru quadrice de dimensiune mai mare ca 2 prin cerința ca corespondența izometrică a foilor să se realizeze prin cadrul transformatei afine a lui Ivory.

Pentru quadrice nedegenerate fără centru și izotropice fără centru calculele sunt similare cu cele ale Tenenblat-Terng pentru transformata Bäcklund a pseudosferei de dimensiune mai mare ca 2, dar de o natură mai generală, iar pentru Teorema de Permutabilitate a lui Bianchi calculele sunt similare cu cele ale Terng.

În cele din urmă, bazat pe principiile lui Bianchi și folosind calculul exterior al lui Cartan, generalizăm deformări izometrice de quadrice n -dimensionale în spațiul Euclidian înconjurător de dimensiune $(2n-1)$ și transformata lor Bäcklund la sisteme multiplu conjugate conținând o familie $(n-1)$ -dimensională de deformări izometrice de quadrice nedegenerate diagonale fără centru de dimensiune n și la transformata lor Bäcklund. Deasemenea demonstrăm Teorema de Permutabilitate a lui Bianchi pentru această transformată Bäcklund.

Mai întâi extindem sistemul diferențial în involuție pentru problema deformării izometrice de quadrice diagonale fără centru, introducând $(n-1)$ variabile, la un sistem diferențial în involuție pentru sisteme multiplu conjugate conținând o familie $(n-1)$ -dimensională de deformări izometrice de quadrice diagonale fără centru.

Apoi extindem sistemul diferențial subiacent transformatei Bäcklund cu aceste $(n-1)$ noi variabile și demonstrăm integrabilitatea sa, precum și faptul că satisface Teorema de Permutabilitate a lui Bianchi.