Prefaţă

Rezolvarea ecuaţiilor algebrice a reprezentat, de-a lungul istoriei matematicii, unul dintre cele mai fascinante domenii. Se poate spune că această problemă a constituit, o lungă perioadă de timp, problema tradiţională a algebrei, de multe ori formulată în probleme de construcţii geometrice. Dacă iniţial problema principală era de a construi soluţiile unei ecuaţii sau ale unui tip de ecuaţii, cu timpul interesul se deplasează spre analiza calitativă a ecuaţiilor algebrice, prin aceasta înţelegînd încercarea de a găsi metode pentru a reduce rezolvarea unei ecuaţii oarecare la rezolvarea unor ecuaţii-tip(de exemplu ecuaţii binome). Dacă pentru ecuaţiile de gradul 2 o astfel de metodă era cunoscută de Babilonieni, pentru a găsi o metodă similară pentru ecuaţiile de gradul 3 şi 4, omenirea a trebuit să aştepte mult timp şi anume pînă la mijlocul secolului XVI-lea. Evident, pasul următor ar fi fost acela de a găsi o metodă de rezolvare pentru ecuaţiile de gradul al 5-lea. Alte trei secole vor trece pînă cînd Abel(1829) va arăta că acest lucru este imposibil.

Cel care a desăvîrşit studiul calitativ al ecuaţiilor algebrice a fost Evariste Galois(1811-1832), creatorul teoriei care îi poartă numele-teoria lui Galois şi care este prezentată în cartea de faţă. Galois a reuşit să găsească o metodă de a decide, avînd dată o ecuaţie algebrică, dacă ecuaţia respectivă este sau nu rezolvabilă prin radicali, adică dacă se pot găsi soluţiile ei prin formule care pornesc de la coeficienţii ecuaţiei şi folosesc numai calcule algebrice(sumă, produs, extrageri de radicali). Metoda lui Galois constă în a ataşa fiecărei ecuaţii un grup şi de a decide, studiind proprietăţile grupului respectiv, dacă este sau nu posibil a se rezolva prin radicali ecuaţia. Se poate spune, pe bună dreptate, că cea mai genială idee a operei lui Galois este aceea de a studia un obiect matematic(ecuaţia, polinomul), cu ajutorul unui alt obiect matematic(grupul). Această idee a avut şi are în continuare un impact uriaş asupra dezvoltării matematicii, ea stînd la baza multor capitole ale matematicii moderne(este suficient să amintim numai topologia algebrică sau geometria algebrică).

Cursul de faţă are drept punct de plecare lecţiile pe care autorul le-a ţinut de-a lungul anilor la Universitatea Bucureşti şi Universitatea Ovidius din Constanţa. Ea se adresează atît studenţilor Facultăţilor de Matematică cît şi cadrelor didactice ale aceloraşi facultăţi. Avînd în vedere că autorul a ţinut acest curs, pe parcursul anilor, la diverse niveluri, cartea îşi propune să poată fi folosită de asemenea la toate nivelurile. De aceea prezentarea rezolvabilităţii prin radicali a fost făcută în două moduri, după cum cel care o foloseşte doreşte să cunoască sau să prezinte cazul general sau numai cazul particular, dar semnificativ, al caracteristicii zero. Scopul cărţii de faţă este de a prezenta teoria ecuaţiilor algebrice şi nu teoria corpurilor. De aceea, o serie întreagă de noţiuni şi rezultate, ca de exemplu cele privind extinderile transcendente sau norma şi urma unei extinderi, îndeobşte prezente în lucrări similare, nu sunt abordate în carte.

Parcurgerea prezentului material presupune cunoştinţe de teoria grupurilor, teoria inelelor comutative şi teoria polinoamelor peste inele comutative, precum şi noţiuni elementare de spaţii vectoriale. Noţiunile şi rezultatele necesare privind grupurile rezolubile au fost incluse într-un appendix. Fiecare capitol a fost completat cu exerciţii, care ajută atît la o mai bună înţelegere a noţiunilor prezentate, cît şi la deprinderea de a rezolva probleme concrete. Nici unul dintre exerciţii nu este folosit în textul de bază.

Prof. Dr. Dorin Popescu a parcurs cu mare atenţie forma preliminară a cărţii şi a făcut corecturi, observaţii şi sugestii extrem de importante. Forma finală a fost în mod esenţial influenţată de aceasta. Prof. Dr. Mirela Ştefănescu şi Conf. Dr. Viviana Ene au contribuit de asemenea, cu observaţii şi sugestii, la îmbunătăţirea lucrării. Tuturor le mulţumesc în mod deosebit.

Ianuarie 2004 Cristodor Ionescu