

Prefață

O problemă de control optimal este o problemă abstractă de optimizare (minimizare sau maximizare) a unei funcții oarecare pe o mulțime oarecare (abstractă). În accepțiunea clasică o problemă de control optimal se reduce la minimizarea unei funcționale $C(\cdot) : \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}$ (funcționala costului) definită pe o mulțime dată de comenzi, traiectorii sau perechi (comenzi, traiectorii). Funcționala costului $C(\cdot)$ (și implicit, domeniul ei de definiție, \mathcal{U}) este strâns legată de un obiect matematic numit sistem de comandă care admite o interpretare fizică foarte clară și a fost utilizat în ultimele decenii din ce în ce mai des pentru a descrie procesele de evoluție ce pot fi dirijate (comandate) din realitatea înconjurătoare.

Deoarece un sistem de comandă este un caz particular al unui obiect matematic mai general -incluziunea diferențială- în ultimul sfert de secol, un număr foarte mare de lucrări a fost dedicat studiului problemelor de control optimal definite de incluziuni diferențiale.

Instrumentul matematic care a permis tratarea cu succes a celor mai generale probleme de control optimal și care s-a dezvoltat și structurat în ultimele decenii este analiza aplicațiilor nediferențiabile („analiza fără netezime”), constând în utilizarea unor conuri tangente la mulțimi arbitrare și a derivatelor în sens generalizat.

Prezenta lucrare este dedicată studiului problemelor de control optimal definite de incluziuni cu întârziere. Sunt studiate două clase importante de probleme: probleme definite de incluziuni discrete cu întârziere și probleme definite de incluziuni diferențiale cu întârziere. Intenția autorului este de a prezenta, într-o manieră unitară și sistematică, o serie de rezultate semnificative privitoare la aceste incluziuni; cele mai multe dintre aceste rezultate au făcut obiectul unor cercetări foarte recente ale autorului. Trebuie menționat faptul ca rezultatele pe care le vom prezenta în acest volum nu exhaustează tematica abordată.

Lucrarea este structurată în trei capitole, după cum urmează:

Primul capitol are un caracter introductiv, în care se prezintă, în principal, definiții din analiza fără netezime și din teoria multifuncțiilor, care sunt frecvent utilizate pe parcursul lucrării.

Capitolul al doilea este dedicat unui studiu amănunțit al problemelor de control optimal definite de incluziuni discrete cu întârziere. În prima secțiune se obțin condiții necesare de optimalitate pentru o problemă cu restricții terminale folosind conul direcțiilor interioare (conul Dubovitskij-Miljutin) la restricția finală. În secțiunea a doua același gen de rezultate este obținut folosind conceptul de con derivat al lui Hestenes. Secțiunea a treia prezintă o a treia abordare privitoare la condițiile necesare de optimalitate; anume folosind teorema aplicației deschise și conceptul de con tangent regulat al lui Polovinkin și Smirnov. În secțiunea a doua și a treia sunt obținute și condiții suficiente de controlabilitate locală de-a lungul unei traiectorii de referință. La finalul capitolului este propusă o modalitate de obținere a condițiilor necesare de optimalitate de ordinul al doilea pentru probleme cu restricții terminale.

Într-o exprimare mai puțin elevată capitolul al doilea poate fi privit ca o „încălzire” pentru problemele mult mai dificile (care folosesc un aparat matematic mai elaborat) definite de incluziuni diferențiale cu întârziere care sunt tratate în capitolul al treilea. Așadar, în capitolul al treilea sunt studiate problema controlabilității locale și problema condițiilor necesare de optimalitate pentru probleme definite de incluziuni diferențiale cu întârziere.

După ce în prima secțiune se prezintă un rezultat tehnic privitor la adjuncta mulțimii de accesibilitate a unei incluziuni diferențiale variaționale cu întârziere atașată unei incluziuni diferențiale cu întârziere, în secțiunea a doua sunt obținute condiții necesare de optimalitate pentru o problemă cu restricții terminale folosind conul direcțiilor interioare la mulțimea terminală. Secțiunea a treia prezintă abordarea cu mulțimi derivate în sens Hestenes privitoare la condițiile necesare de optimalitate și condițiile suficiente de controlabilitate locală, în timp ce secțiunea a patra este dedicată obținerii de condiții suficiente de controlabilitate locală și a unei alte abordări privitoare la condițiile necesare de optimalitate. Secțiunea a cincea prezintă condiții necesare de optimalitate de ordinul al doilea.

Menționăm că la sfârșitul fiecărui capitol sunt date o serie de comentarii bibliografice și istorice referitoare la rezultatele prezentate.

Cartea este destinată cititorilor cu o solidă pregătire matematică, aceasta însemnând, în principal: cercetători și profesori de matematică.

Cartea se poate adresa și studenților din anii terminali ai facultăților de matematică, ca și tinerilor cercetători care urmăresc completarea studiile doctorale și care sunt interesați de teoria incluziunilor diferențiale și de teoria controlului optimal.

Aurelian Cernea