

Prefață

Rezolvarea ecuațiilor algebrice a reprezentat, de-a lungul istoriei matematicii, unul dintre cele mai fascinante domenii. Se poate spune că această problemă a constituit, o lungă perioadă de timp, problema tradițională a algebrei, de multe ori formulată în probleme de construcții geometrice. Dacă inițial problema principală era de a construi soluțiile unei ecuații sau ale unui tip de ecuații, cu timpul interesul se deplasează spre analiza calitativă a ecuațiilor algebrice, prin aceasta înțelegând încercarea de a găsi metode pentru a reduce rezolvarea unei ecuații oarecare la rezolvarea unor ecuații-tip (de exemplu ecuații binome). Dacă pentru ecuațiile de gradul 2 o astfel de metodă era cunoscută de Babilonieni, pentru a găsi o metodă similară pentru ecuațiile de gradul 3 și 4, omenirea a trebuit să aștepte mult timp și anume pînă la mijlocul secolului XVI-lea. Evident, pasul următor ar fi fost acela de a găsi o metodă de rezolvare pentru ecuațiile de gradul al 5-lea. Alte trei secole vor trece pînă cînd Abel (1829) va arăta că acest lucru este imposibil.

Cel care a desăvîrșit studiul calitativ al ecuațiilor algebrice a fost Evariste Galois (1811-1832), creatorul teoriei care îi poartă numele-teoria lui Galois și care este prezentată în cartea de față. Galois a reușit să găsească o metodă de a decide, avînd dată o ecuație algebrică, dacă ecuația respectivă este sau nu rezolvabilă prin radicali, adică dacă se pot găsi soluțiile ei prin formule care pornesc de la coeficienții ecuației și folosesc numai calcule algebrice (sumă, produs, extrageri de radicali). Metoda lui Galois constă în a atașa fiecărei ecuații un grup și de a decide, studiind proprietățile grupului respectiv, dacă este sau nu posibil a se rezolva prin radicali ecuația. Se poate spune, pe bună dreptate, că cea mai genială idee a operei lui Galois este aceea de a studia un obiect matematic (ecuația, polinomul), cu ajutorul unui alt obiect matematic (grupul). Această idee a avut și are în continuare un impact uriaș asupra dezvoltării matematicii, ea stînd la baza multor capitole ale matematicii moderne (este suficient să amintim numai topologia algebrică sau geometria algebrică).

Cursul de față are drept punct de plecare lecțiile pe care autorul le-a ținut de-a lungul anilor la Universitatea București și Universitatea Ovidius din Constanța. Ea se adresează atât studenților Facultăților de Matematică cit și cadrelor didactice ale aceluiași facultăți. Avînd în vedere că autorul a ținut acest curs, pe parcursul anilor, la diverse niveluri, cartea își propune să poată fi folosită de asemenea la toate nivelurile. De aceea prezentarea rezolvabilității prin radicali a fost făcută în două moduri, după cum cel care o folosește dorește să cunoască sau să prezinte cazul general sau numai cazul particular, dar semnificativ, al caracteristicii zero. Scopul cărții de față este de a prezenta teoria ecuațiilor algebrice și nu teoria corpurilor. De aceea, o serie întreagă de noțiuni și rezultate, ca de exemplu cele privind extin-

derile transcendente sau norma și urma unei extinderi, îndeobște prezente în lucrări similare, nu sunt abordate în carte.

Parcursul prezentului material presupune cunoștințe de teoria grupurilor, teoria inelelor comutative și teoria polinoamelor peste inele comutative, precum și noțiuni elementare de spații vectoriale. Noțiunile și rezultatele necesare privind grupurile rezolubile au fost incluse într-un appendix. Fiecare capitol a fost completat cu exerciții, care ajută atât la o mai bună înțelegere a noțiunilor prezentate, cât și la deprinderea de a rezolva probleme concrete. Nici unul dintre exerciții nu este folosit în textul de bază.

Prof. Dr. Dorin Popescu a parcurs cu mare atenție forma preliminară a cărții și a făcut corecturi, observații și sugestii extrem de importante. Forma finală a fost în mod esențial influențată de aceasta. Prof. Dr. Mirela Ștefănescu și Conf. Dr. Viviana Ene au contribuit de asemenea, cu observații și sugestii, la îmbunătățirea lucrării. Tuturor le mulțumesc în mod deosebit.

Ianuarie 2004

Cristodor Ionescu