

## PREFAȚĂ

În teoria clasică a termoelasticității liniare se admite legea constitutivă a lui Fourier ( $q = -K \text{grad} \theta$ ), potrivit căreia fluxul termic este proporțional cu gradientul temperaturii. Într-o astfel de teorie, ecuația de propagare a căldurii în corp este de tip parabolic și, în consecință, perturbațiile se propagă instantaneu la orice distanță de sursă (altfel spus, perturbațiile termice se propagă cu viteză infinită).

Totuși, în numeroase aplicații, conducția căldurii, cu această inconsistență fizică, nu conduce la rezultate calitativ și cantitativ eronate deoarece câmpul termic se atenuează relativ rapid, o dată cu creșterea distanței de la sursa de căldură. Altfel stau lucrurile, de exemplu, în cazul problemelor inițiale și la limită în care intervin intervale de timp foarte scurte și / sau variații mari ale temperaturii. O abordare a acestui gen de probleme pe baza teoriilor clasice sunt în totală contradicție cu experiența. Mai mult, observații generale, de natură experimentală, arată că orice perturbație se propagă în corp cu viteză finită.

Prin urmare, sunt numeroase motivele care au dus la o dezvoltare deosebită, în ultimele decenii, la acea ramură a termoelasticității care se referă la modelarea proceselor dinamice în mediile continue deformabile și care ia în considerație viteza finită de propagare a căldurii. Acest fapt poate fi ilustrat prin amploarea cercetărilor în cadrul noilor teorii termoelastice generalizate (sau neclasice), stimulate atât de importanța teoretică a problemelor pe care le impune tehnica, cât și datorită puterii mereu crescânde a computerelor, capabile să analizeze modele matematice tot mai sofisticate.

Primele rezultate de acest tip sunt analizate în cadrul așezelor teorii termoelastice cu relaxare termică. Apariția acestor teorii este datorată în principal lui Cattaneo, care, în anul 1948, propune o lege constitutivă ce ia în considerație și aportul inerției fluxului termic în legea constitutivă a lui

*Fourier. Ulterior, diferiți autori, prin eforturile lor de a elimina paradoxul propagării căldurii cu viteză infinită, iau în considerare introducerea vitezei de variație a temperaturii, printru variabilele constitutive de stare.*

*Menționăm, printre lucrările inițiale consacrate studiului teoriei termoelasticității generalizate, pe cele scrise de Lord, Shulman, Dhaliwal și Sherief, Chandrasekharaiah, Green și Lindsay și, mai recent, Rubin. O bibliografie aproape exhaustivă poate fi găsită, de exemplu, în [9].*

*Această carte urmărește două obiective importante. Un prim obiectiv este acela de a prezenta analiza calitativă a unor probleme inițiale și la limită specifice unor modele termomecanice, care țin seama de existența unei viteze finite de propagare a căldurii, corpul conductor de căldură luat în studiu fiind o bară. Modelele generale tridimensionale, printr-o justificare rațională de natură mecanică și geometrică, au condus la elaborarea unor modele matematice unidimensionale, care țin seama de importante pierderi de căldură ce pot apărea prin suprafața laterală a barei.*

*Cel de-al doilea obiectiv, având la bază rezultatele calitative menționate, este legat de modelarea numerică a problemelor la limită și inițiale asociate modelelor considerate, cât și de controlul corectitudinii calculelor numerice realizate relativ la propagarea undelor de șoc în bare. Modelarea realistă a fenomenului analizat introduce dificultăți suplimentare în rezolvarea numerică a problemelor, deoarece invarianții riemannieni nu vor fi constante în lungul caracteristicilor și cunoașterea evoluției lor spațio-temporală necesită rezolvarea numerică a unui sistem de ecuații diferențiale.*

*Ideea realizării acestei cărți, evident nu sub forma actuală, se datorează regretatului prof. dr. Eugen Soós, cu care am avut deosebitul privilegiu de a purta numeroase discuții referitoare la multe din subiectele importante conținute în volum.*

*Lucrarea de față, pe care o prezentăm cititorului interesat de unele aspecte moderne cu aplicații în teoria termoelasticității generalizate, este alcătuită din cinci capitole. Bibliografia cuprinde 77 de titluri cu subiecte strâns legate de aspectele matematice, mecanice și termodinamice ale problemelor analizate.*

*În primul capitol este prezentat, alături de modelul clasic al conductorului rigid de tip Fourier, modelul termomecanic de tip Cattaneo, elaborat în anul 1948. Modelul general este particularizat la cazul unei bare rigide sau elastice. Printr-o modelare realistă a comportării barei, care ia în considerație importanțele pierderi de căldură prin suprafața laterală a barei, modelul general tridimensional este redus la modele matematice unidimensionale.*

*Al doilea capitol al lucrării, având în vedere analiza calitativă a problemelor inițiale și la limită implicate, prezintă conceptul de soluție generalizată în sensul în care acest concept a fost pentru prima dată introdus de D. Hilbert și R. Courant. Acest mod de abordare permite atât obținerea ecuațiilor de câmp în domeniile în care câmpurile implicate sunt suficient de regulate, cât și determinarea condițiilor de salt la traversarea suprafețelor singulare de tip Hadamard. De asemenea, sunt obținute valorile posibile, cât și ecuațiile de transport, descriind evoluția spațio-temporală a salturilor implicate în undele de șoc termice sau termoelastice luate în considerație.*

*În capitolul al treilea, folosind unele rezultate esențiale ale lui I. Beju, se demonstrează unicitatea soluției netede pentru problemele la limită și inițiale asociate modelelor corespunzătoare, atât în cazul barei rigide, cât și în cel al barei termoelastice conductoare de căldură de tip Cattaneo, analizând atât situația barei finite, cât și cea a barei semiinfinite. Un rezultat matematic de o semnificație aparte, având la bază metoda caracteristicilor împreună cu evaluările energetice necesare, include demonstrația unicității soluției generalizate în cazul undelor de șoc, deci în situația în care soluția se află numai în spațiul  $L_2$ , dar nu obligatoriu în  $W_2^1$ .*

*Capitolul al patrulea este dedicat analizei cantitative și calitative a problemelor la limită și inițiale considerate în capitolele precedente. O primă atenție este acordată determinării exacte, pe baza metodei transformatei Laplace, a undelor de șoc termic care se propagă în bare rigide semiinfinite. În continuare, folosind o teoremă importantă și frumoasă a lui Boley,*

din anul 1972, se arată procedeul prin care, utilizând metoda transformatei Laplace, se determină atât vitezele posibile de propagare a undelor termice, cât și coeficienții de atenuare ale salturilor, fără cunoașterea soluției exacte a problemei analizate. În ultima parte a acestui capitol, se prezintă algoritmi de calcul pentru rezolvarea numerică a problemelor privind propagarea undelor de șoc în bare rigide și termo-elastice, conductoare de căldură de tip Cattaneo. Compararea soluțiilor exacte cu cele numerice arată limpede că metodele numerice elaborate, folosind metoda clasică a caracteristicilor și a invarianților riemannieni, conduc clar la o foarte bună evaluare a evoluției spațio-temporale a câmpurilor implicate în studiu.

În legătură cu modelele de tip Cattaneo este semnalată posibilitatea ca acestea să conducă uneori la soluții conform cărora căldura poate să treacă, de la sine, dintr-un loc rece într-un loc mai cald, deși, după cum se știe, aceste modele satisfac inegalitatea Clausius-Duhem. În paragraful trei din capitolul cinci construim un model de tip Cattaneo, care pune în evidență paradoxul semnalat. Pentru a elimina paradoxul mai sus menționat și a garanta în același timp propagarea perturbațiilor cu viteză finită, Rubin a propus un nou model al conductorului rigid de căldură. Modelul de tip Rubin, elaborat recent, în anul 1992, înlătură unele neajunsuri ale modelului de tip Cattaneo și credem că, din acest motiv, ca și datorită relativei sale simplități, în comparație cu alte modele ce țin seama de viteza finită de propagare a efectelor termice, se va impune din ce în ce mai mult în viitor.

Ultimul capitol al cărții este consacrat analizei calitative și cantitative a unor probleme la limită și inițiale specifice barei rigide conductoare de căldură de tip Rubin. Se demonstrează teorema de unicitate a soluției generalizate presupunând că soluția se află în spațiul  $W_2^1$ . Modelul este analizat și cu ajutorul transformatei Laplace pentru a obține informații calitative exacte, legate de viteza de propagare a căldurii, ca și de atenuarea salturilor posibile, produse atât de conducția de

căldură, cât și de pierderile de căldură prin suprafața laterală a barei. Într-un caz particular se obține soluția exactă corespunzătoare situației în care la capătul barei semiinfinite se dă temperatura care variază liniar în timp. Corespunzător, soluția numerică dată în ultimul paragraf al capitolului este obținută prin metoda caracteristicilor. Prin compararea soluției numerice cu soluția exactă se pune în evidență eficacitatea algoritmului numeric elaborat.

Toate rezultatele importante sunt subliniate prin observații făcute în cadrul fiecărui paragraf. Numerotarea formulilor s-a făcut individual. De exemplu, o relație introdusă cu notația (2.3.14) arată că aceasta are numărul (14) și se află în paragraful 3 din capitolul 2. Unele rezultate sunt sistematizate și pentru a nu pierde din claritatea expunerii oferim în toate cazurile referințele bibliografice necesare.

Exprim mulțumirile și recunoștința mea domnului dr. Cristian Făciu pentru contribuția proprie adusă la demonstrarea unor rezultate cuprinse în acest volum.

Dedic această carte memoriei lui Eugen Soós, ca expresie a profunde mele recunoștințe adusă unui Maestru al Mecanicii, dispărut prematur.

Nicolae Simion