

Introducere

Textul care urmează este rezultatul unei experiențe de cinci ani de predare a cursului de "Teoria riscului și actuariat" la anii de masterat, disciplina "Statistică Aplicată și Optimizare" din cadrul Universității București, Facultatea de Matematică – Informatică. O mare parte din el se găsește deja pe Internet la adresa www.csm.ro și a fost folosit de studenți.

Esența teoriei riscului este problema ruinei – estimarea probabilității de ruină în orizont finit și infinit. Aceasta este strâns legată de problema comparării riscurilor: dintre doi asigurați care plătesc aceeași primă de asigurare, care este mai riscant?

Esența actuariatului este calculul primelor de asigurare: acestea trebuie să nu fie nici prea mari – pentru că atunci s-ar descuraja asiguratul – dar nici prea mici, pentru că atunci asiguratorul s-ar ruina.

În primul capitol sunt tratate noțiunile de bază ale modelului utilității medii: preț de vânzare, preț de cumpărare, coeficient de aversiune la risc și se face legătura cu principiile de calcul ale primei de asigurare, tratate din nou în capitolul IV. Principala sursă de inspirație este [9] și [10].

Capitolul II este dedicat comparării între ele a riscurilor: dominarea stocastică, crescător convexă, crescător concavă, prin mortalitate și compararea riscurilor multidimensionale. Aici am folosit în special lucrările [12], [13] și [18].

Capitolul III tratează modelul riscului în colectiv, denumire creată, se pare de Lundberg la începutul secolului XX. Noi am preluat această denumire din [2]. În cadrul acestui model am introdus și capitolul de teoria ruinei. La vremea când am scris respectivul capitol nu eram conștient de monografia [1], de aceea nu am mai considerat necesar să introducem un paragraf special privind modelul ruinei în prezența "cozilor lungi" (heavy tails). Noi am tratat numai cazul în care cererile de despăgubire ξ_n (așa numitele "claims") au o repartiție cu coadă scurtă, adică $\exp(t\xi_n) \in L^1$ pentru $t \in [0, h]$ cu $h > 0$. Fără această ipoteză nu puteam aplica tehnici de martingale.

În afara oboselii autorului, mai este un motiv principal pentru care nu am mai abordat această temă, care se poate găsi de cititor în [1] (deși rezultatele sunt diferite: probabilitatea de ruină scade exponențial în funcție de capitalul inițial în prezența cozilor scurte, dar polinomial în prezența celor lungi) și anume:

Experiența acumulată de actuari în decurs de un secol a făcut populară următoarea clasificare a cererilor de despăgubire (vezi [1], pg. 6) : se iau, în ordine descrescătoare primele 20% din cererile de despăgubire. Dacă acestea valorează mai puțin de 80% din suma totală plătită de asigurator, atunci se acceptă că plățile sunt variabile aleatoare cu coadă scurtă; dacă nu, se impune modelul cu coadă lungă – de exemplu repartiții Pareto sau lognormale.

Formalizat puțin, este vorba despre coeficientul $\gamma_\xi(p) = E(\xi; \xi \geq F_\xi^+(1-p)) / E\xi$, unde F_ξ^+ este pseudoinversa funcției de repartiție a variabilei aleatoare ξ : dacă $\gamma_\xi(0.2) > 0.8$ variabila aleatoare ξ ar avea coadă lungă. Dar dacă $\xi \sim \text{Binomial}(1, \pi)$ atunci $\gamma_\xi(p) = 1 \ \forall p \in (0, 1)$ deci ξ s-ar comporta ca o repartiție cu coadă lungă deși este mărginită. Elaborînd puțin, putem găsi variabile aleatoare ξ mărginite chiar strict pozitive – așa cum sunt cererile de despăgubire cu proprietatea că $\gamma_\xi(0.2)$ este oricît de aproape de 1; de aceea nu am fost convinși (deocamdată) de utilitatea tratării problemei ruinei cînd cererile ξ_n au coadă lungă.

Capitolul IV se ocupă de problema calculării primelor de asigurare. Aici am inclus și modelul de credibilitate Buhlman.

O lipsă a cărții, care va fi corectată probabil la o următoare ediție este că nu s-a insistat suficient pe cazul în care repartiția cererilor ξ_n este necunoscută. Noi am presupus-o cunoscută

sau, în cadrul modelului bayesian, am presupus că este o repartiție dintr-o clasă cunoscută, depinzând de un parametru.

Doresc să mulțumesc profesorului Ioan Cuculescu pentru oportunitatea pe care mi-a oferit-o de a ține acest curs și pentru răbdarea cu care a citit materialul precum și colegului Marius Rădulescu pentru mai multe observații critice pe care mi le-a făcut. Poate că într-o viitoare ediție își va găsi locul și un capitol de teoria portofoliilor – specialitatea dînsului.

Mulțumiri speciale se cuvin domnului Dorel Florea care m-a ajutat cu bibliografie în acest domeniu - dînsul ținea un curs înrudit- și cu discuții clarificatoare asupra unor noțiuni, cum ar fi aceea de aversiune față de risc, precum și domnișoarei Anamaria Răducan, care a avut perseverența să îmi citească – de fapt să învețe – unele capitole, unde mi-a corectat inclusiv greșeli de demonstrație.

În fine, doresc să închei cu un gând pios pentru regretatul profesor Virgil Craiu care a ținut cursul de “Teoria Riscului” înainte de prematura sa dispariție.

Gheorghiuță Zbăganu

București august 2004.