

# PREFĂTĂ

Rezolvarea matematică a problemelor impuse de fizică și tehnică a determinat apariția unui mare număr de funcții de alt gen decât cele elementare. Printre acestea se află și funcțiile speciale. Funcțiile lui Frederick Wilhelm Bessel (1784 – 1846) – sau mai scurt funcțiile Bessel – fac parte din capitolul de funcții speciale, împreună cu funcția beta, funcția gama, polinoamele ortogonale (Hermite, Laguerre, Legendre, Cebâșev, Jacobi, Gegenbauer) etc. În general funcțiile speciale nu se exprimă prin funcții elementare, ci prin integrale pe interval necompact sau prin serii de puteri. Totuși există și cazuri de exprimare prin funcții elementare, cum este cazul funcțiilor Bessel de ordin semiîntreg.

Funcțiile Bessel provin din rezolvarea ecuației (diferențiale) canonice a lui Bessel, care la rândul ei poate proveni din ecuația lui Laplace scrisă în coordonate cilindrice, ecuația undelor în coordonate cilindrice sau sferice etc. Ecuația canonică are un parametru real sau complex, neîntreg sau întreg, real pozitiv sau real negativ. Variația valorilor parametrului conduce la diversificarea funcțiilor Bessel. Parametrul neîntreg generează funcțiile de speță întâi, care sunt funcțional independente, în sensul wronskianului nenul. Parametrul întreg generează funcții funcțional dependente și determină necesitatea introducerii funcțiilor Bessel de speță a doua (numite și funcțiile Neumann). Funcțiile Bessel de speță întâi și de speță a doua sunt totdeauna funcțional independente și prin acestea se poate scrie soluția generală a ecuației Bessel canonice sau a uneia reductibile la aceasta. Cu ajutorul funcțiilor Bessel de speță întâi și doi se definesc funcțiile Bessel de speță a treia, numite și funcțiile lui Hankel. Prin modificarea ecuației Bessel canonice se obțin funcțiile Bessel modificate, iar prin acestea se definesc funcțiile Thomson (lord Kelvin). Studierea acestei varietăți de funcții, împreună cu proprietățile lor formează obiectul lucrării de față. Abordarea studierii funcțiilor Bessel se poate face numai de către un cititor care are cunoștințe despre funcțiile beta și gama, teoria reziduurilor etc. Cartea pune la dispoziția cititorului și unele din cunoștințele preliminare necesare.

Cartea, cu conținut complicat, are structură simplă. Conține trei capitole: preliminarii, funcțiile Bessel, aplicații și probleme rezolvate. Rezolvarea se face cu mâna, nu cu calculatorul. Abordarea rezolvării cu calculatorul (acolo unde este posibil) se recomandă numai după asimilarea rezolvării cu mâna.

Pe lângă aspectele de ordin general menționate mai sus, cartea tratează aspecte concrete, ca de exemplu :

- ecuații diferențiale liniare homogene de ordinul cinci și mai mult;
- variabili reducibile la ecuația canonică Bessel (șase tipuri);
- wronskianul funcțiilor Bessel;
- relație de recurență pentru funcțiile Bessel;
- funcțiile Bessel de spătă întâi și ordin semilinier;
- reprezentarea funcțiilor Bessel de spătă întâi și ordin semilinier;
- integrale definite, integrale curbilinii etc.);
- zeronumele funcțiilor Bessel de spătă întâi și ordin semilinier;
- ortogonalitatea funcțiilor Bessel definită în trei feluri;
- comportarea soluțiilor ecuației Bessel pentru valori mari ale argumentului;
- formule asimptotice;
- ecuația Besselui modificată și funcțiile Bessel modificate;
- funcțiile Thomson și legăturile cu funcțiile Bessel;
- ilustrarea teoriei prin aplicații.

Cărțea se adresează în primul rând studentilor din învățământul tehnic superior, profil electric sau studentilor de la facultățile de fizică și matematică. Cu totuși, parcurserea acestei cărți sau utilizarea sa, conținutul său semănător cu ce poate trece mai ușor la rezolvarea problemelor cu ajutorul paștelelor de programă specializat.