

Prefață

Teoria incluziunilor diferențiale este una din ramurile matematicii care a cunoscut în ultimele decenii o dezvoltare impetuoasă. Au apărut astfel, numeroase lucrări de referință dedicate atât teoriei generale, cât și unor aplicații ale acesteia.

În timp, în cadrul teoriei generale a incluziunilor diferențiale s-au distins și structurat unele clase speciale remarcabile de incluziuni diferențiale, care au beneficiat de o studiere amănunțită, fapt ce a condus la obținerea de rezultate deosebite.

Lucrarea pe care o supunem acum atenției cititorului este dedicată studiului a trei clase importante de incluziuni diferențiale: incluziuni diferențiale semiliniare, incluziuni integrodiferențiale și incluziuni diferențiale de evoluție. Toate cele trei clase pe care le vom prezenta sunt extinderi netriviabile ale conceptului clasic de incluziune diferențială.

Intenția autorului este de a prezenta, într-o manieră unitară și sistematică, o serie de rezultate semnificative privitoare la aceste incluziuni; cele mai multe dintre aceste rezultate au făcut obiectul unor cercetări foarte recente ale autorului.

Trebuie menționat faptul ca rezultatele pe care le vom prezenta în acest volum nu exhaustează tematica abordată. Pe de altă parte, în ciuda unei prezentări aparent eterogene, metodele generale și tehnicile specifice teoriei incluziunilor diferențiale care intervin la majoritatea rezultatelor conferă lucrării un caracter unitar.

Lucrarea este structurată în patru capitole, după cum urmează:

Primul capitol are un caracter introductiv, în care se prezintă, în principal, definiții din analiza matematică, analiza fără netezime și din teoria multifuncțiilor care sunt utilizate frecvent pe parcursul lucrării. Sunt prezentate, de asemenea, fără demonstrație, câteva dintre cele mai cunoscute teoreme de convergență care intervin în studiul problemelor care privesc incluziunile diferențiale.

În capitolul al doilea sunt studiate incluziunile diferențiale semiliniare lipschitziene și soluțiile generalizate ale acestora. Astfel, în prima secțiune este prezentată o teoremă de existență de tip Filippov și o teorema de relaxare de tip Filippov-Ważewski. În secțiunea a doua,

rezultate de genul celor prezentate în prima secțiune sunt obținute, dar într-un spațiu Banach neseparabil. Secțiunea a treia este dedicată obținerii unei selecții continue a multifuncției soluțiilor generalizate ale incluziunilor semiliniare. În secțiunea a patra se demonstrează că mulțimea soluțiilor generalizate ale unei incluziuni semiliniare parametrizate este un retract al unei submulțimi convexe a unui spațiu Banach. În ultima secțiune se arată că multifuncția soluțiilor generalizate ale incluziunilor semiliniare este lipschitziană în raport cu condiția inițială.

Capitolul al treilea este dedicat studiului incluziunilor integrodiferențiale lipschitziene. Astfel, prima secțiune este consacrată existenței și relaxării soluțiilor incluziunilor integrodiferențiale lipschitziene. În a doua secțiune este reluată problema existenței și relaxării soluțiilor, dar în contextul spațiilor Banach neseparabile. În secțiunea a treia demonstrăm conexiunea prin arce a mulțimii soluțiilor incluziunilor integrodiferențiale și faptul că mulțimea derivatelor acestor soluții formează un retract al spațiului Banach al funcțiilor integrabile. Secțiunea a patra este dedicată prezentării unei interpolări continue a unei mulțimi finite de soluții ale incluziunilor integrodiferențiale, iar ultima secțiune este consacrată prezentării unui rezultat de viabilitate pentru incluziuni integrodiferențiale lipschitziene.

Ultimul capitol este consacrat studiului existenței soluțiilor unor clase de incluziuni diferențiale de evoluție neconvexe. În prima secțiune este prezentat un rezultat de existență a soluțiilor, iar în a doua secțiune se obține existența soluțiilor viabile pentru două clase de incluziuni neconvexe. În a treia secțiune obținem rezultate de existență a soluțiilor pentru două clase de incluziuni diferențiale de ordinul al doilea neconvexe. Ultima secțiune este consacrată prezentării unui rezultat de viabilitate pentru o clasă de incluziuni diferențiale de ordinul al doilea neconvexe.

Menționăm că la sfârșitul fiecărui capitol sunt date o serie de comentarii bibliografice și istorice referitoare la rezultatele prezentate.

Intenția autorului de a reduce independența citirii acestei cărți de alte surse s-a realizat doar în parte. Cititorul are nevoie de cunoștințe de baza de analiză matematică, analiză funcțională și de teoria incluziunilor diferențiale. Pentru rezultatele (binecunoscute, „clasice” pentru cititorul avizat) nedemonstrate s-au făcut trimiteri bibliografice pre-

cise. Acesta este și motivul pentru care cartea este destinată cititorilor cu o solidă pregătire matematică, aceasta însemnând, în principal: cercetători și profesori de matematică. Cartea se poate adresa și studenților din anii terminali ai facultăților de matematică, ca și tinerilor cercetători care intenționează să-și completeze studiile doctorale și care sunt interesați de teoria incluziunilor diferențiale.

Aurelian Cernea