

Prefacio

Los procesos estocásticos son actualmente una rama importante de la probabilidad, con aplicaciones relevantes y cada día mayores dentro de las matemáticas y otras disciplinas tales como ingeniería, genética, estadística, biología, economía, telecomunicaciones, medio ambiente y finanzas.

Asimismo, dentro de las matemáticas existe una conexión entre los procesos estocásticos y áreas tales como ecuaciones con derivadas parciales, semigrupos de operadores y la teoría del potencial, por mencionar sólo algunas.

El presente libro está pensado para dar una cultura básica y sólida en el área de los procesos estocásticos, que permita al lector continuar con investigaciones o desarrollar aplicaciones. Expone de una manera moderna, sistemática y rigurosa los resultados más relevantes de la teoría de los procesos estocásticos, con demostraciones claras, cortas y completas. Se ha tratado de cubrir en forma extensa el caso del tiempo uni y multidimensional, así como el del espacio de estados finito e infinito dimensional. En particular, se cubre de manera detallada el proceso estocástico más importante con trayectorias continuas: el Movimiento Browniano (tanto el caso finito dimensional como el de espacios de Hilbert), así como su integral estocástica correspondiente.

La mayoría de los resultados se presentan con sus demostraciones y sólo algunos pocos son enunciados sin demostración -indicando la referencia apropiada. Recomendamos al lector hacer los ejercicios de cada sección, ya que estos son contraejemplos o refinamientos de los resultados expuestos y son complemento al aprendizaje. Las referencias cubren las publicaciones básicas de acuerdo a las preferencias y gusto del autor.

Para la lectura del libro se suponen elementos básicos de la teoría de probabilidad, tales como independencia, convergencia de variables aleatorias y de medidas, función característica, etc., así como nociones de topología, análisis real, complejo y funcional al nivel de un curso de postgrado. Para comodidad y facilidad de lectura, se incluyen apéndices que contienen material relevante. Esta monografía es producto de una serie de cursos de procesos estocásticos que el autor ha impartido en la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Bucarest, Rumania; así como en la Maestría en Estadística de la Universidad de Guanajuato y el CIMAT en México.

El libro contiene seis capítulos y diez apéndices. Hemos convenido establecer la notación “Resultado” 4.8.1, por ejemplo, para hacer referencia al teorema, proposición, lema, etc. 1 de la Sección 8 del Capítulo 4. Sin embargo, cuando omitimos el primer número, significa que hacemos referencia a un resultado dentro del mismo capítulo. Los apéndices son identificados con la letra mayúscula correspondiente.

La presente edición contiene, además de correcciones, cambios de demostraciones y redacción, algunos temas nuevos como:

1. Una sección dedicada al Movimiento Browniano Fraccionario (Cap. 3-Sección 3.6).
2. Una sección de integrales múltiples tanto para el Movimiento Browniano, como para el Movimiento Browniano Fraccionario. En particular se presentan algunos resultados sobre la integral de Itô anticipante (Cap.4-Sección 4.5).
3. El teorema de Schilder sobre las desviaciones grandes del Movimiento Browniano.
4. La desigualdad de Zakai y la dependencia continua en probabilidad de la integral estocástica con respecto al integrando y al Movimiento Browniano (para la integral estocástica con respecto al Movimiento Browniano).
5. El teorema de representación de las funcionales brownianas cuadrado integrables y para martingalas brownianas.
6. Demostración directa de la unicidad en ley para ecuaciones estocásticas con coeficientes de Lipschitz.
7. El Apéndice J sobre las integrales y derivadas fraccionarias las cuales son necesarias para integrales múltiples de Wiener-Itô y fraccionarias.

La bibliografía ha sido ampliada, sin pretender que sea completa.

Esta nueva versión de la monografía fue elaborada durante mi estancia en el año de 2003 en el CIMAT en Guanajuato. Agradezco nuevamente la hospitalidad que recibí en este Centro de Investigación, en particular a Víctor Pérez-Abreu para el apoyo que me brindó durante este trabajo. También doy

las gracias a Guadalupe Russell y a Jesús Armando Domínguez Molina por sus valiosos comentarios y apoyo técnico y el mejoramiento del idioma.

Las observaciones de mis colegas y alumnos de la Maestría, hicieron posible mejorar esta nueva edición del libro. A todos ellos les expreso mi reconocimiento.

Finalmente, agradezco al Comité Editorial de Aportaciones Matemáticas por haberme invitado a publicar la tercera edición de este libro.

Guanajuato, Gto. México, diciembre de 2002

Constantin Tudor