Prefață

Matematicianul care începe studiul sistemelor dinamice este uimit de multitudinea definițiilor atașate acestui concept sau a altora legate de el. Ajungând la haos determinist și fractali cercetătorul constată că situația este și mai deconcertantă. Atunci, cu recunoscutul său spirit de ordine, începe să compare toate aceste definiții, să stabilească relații între ele, să dea exemple care să-i ilustreze rezultatele. Este tocmai ceea ce, în mod natural, a făcut și doamna lector dr. Dana Constantinescu în teza sa de doctorat susținută la Universitatea din Craiova sub conducerea Prof. Dr. Constantin Niculescu.

Cartea de față reprezintă o formă ușor modificată a acestei teze, formă în care autoarea a avut amabilitatea să țină seama de unele sugestii ale noastre pentru a o apropia de celelalte lucrări ale Seriei de Matematica Aplicată și Industrială și, în principiu, de punctul de vedere al grupului de dinamică neliniară și bifurcație de la Universitatea din Pitești. Lucrările acestui grup privesc în general dinamici regulate și doar de puține ori se ocupă de haosul determinist și anume adoptând una din definițiile sale și arătând că pentru sistemul concret studiat apare această dinamică neregulată. În cartea doamnei Dana Constantinescu tocmai problema haosului determinist formează obiectul de studiu, deci domnia sa prezintă mai multe definiții și proprietăți ale haosului determinist și, legat de aceasta, ale fractalilor, realizând o lucrare a cărei informație este complementară celor existente în Serie și a cărei asociere este binevenită și se impunea de mai mult timp. Rezultatele originale din lucrarea de față vor consta din afirmații care să ateste sau să nege legătura dintre aceste definiții și proprietăți.

În Capitolul I sistemul dinamic este introdus ca un caz particular de proces, și anume cu ajutorul fluxului. Aceasta prefigurează un studiu analitic în timp ce lucrările din Serie au adoptat mai mult un punct de vedere topologic, în care funcția sistem dinamic depinde numai de timp, nu și de date inițiale ca în cazul fluxului. Imediat, începând cu Secțiunea 1.2, se renunță la noțiunea greoaie de proces și se continuă numai cu cea de sistem dinamic. În Secțiunea 1.2 se analizează comparativ caracteriaticile topologice (topologic tranzitivitatea) și statistice (autocorelația și existența spectrului larg de putere) ale impredictibilității la timpi mari a dinamicii datelor inițial apropiate. Definițiile sunt date în caz general (respectiv în spațiul fazelor $\mathbf{R}^n$) iar rezultatele (respectiv exemplele) sunt pentru sisteme discrete (respectiv continue). Secţiunea 1.3 este consacrată separării orbitelor sistemelor dinamice discrete al căror spaţiu al fazelor este spaţiu metric iar timpul este număr natural. Se dau definiţii de dependenţă sensibilă de datele iniţiale (DSDI) iar pentru ilustrare se prezintă exemple deterministe de aplicaţii celebre. Aşa cum era de aşteptat sistemele dinamice discrete de deplasare (shift) ale lui Bernoulli au o poziţie centrală în mulţimea sistemelor care prezintă separare şi DSDI. În continuare sunt enunţate câteva rezultate tot pentru sisteme dinamice discrete în care timpul este natural şi spaţiul fazelor este compact. Viteza de separare a orbitelor este modelată de exponenţii Liapunov asupra cărora autoarea prezintă câteva rezultate şi exemple. Pozitivitatea lor este luată de cele mai multe ori drept criteriu de haos determinist în aplicaţiile concrete. Pentru înţelegera mai profundă a Secţiunii 1.3 sunt necesare cunoştinţe de teorie ergodică, în cadrul căreia se studiază sistemele dinamice stochastice. Secţiunea 1.4 este dedicată punctelor uniform recurente, recurente şi periodice, iar Secţiunea 1.5 existenţei atractorilor stranii şi definirii fractalilor. Cu acestea, pregătirea pentru abordarea haosului determinist este încheiată astfel că în Secţiunea 1.6 este prezentat pe larg acest concept.

Haosul determinist este o aparentă contradicţie în termeni, primul cuvânt desemnând o complexitate de nemodelat, cel de al doilea indicând tocmai contrariul, i.e. o dinamică perfect determinată. În fond, mişcările numite neregulate sau haotice sau prezentând haos determinist sunt şi complicate şi perfect determinate dar nu sunt previzibile pe timp lung. De multe ori previzibilitatea se confundă cu determinismul şi deci cu determinarea unică a evoluţiei sistemului pornind de la cunoaşterea datelor sale iniţiale. *Previziunea, predictibilitatea se referă la diferenţe (erori) dintre stări la momente de timp şi aceste diferenţe pot creşte nemărginit.*

În special din Secţiunea 1.6 se vede punctul de vedere al matematicianului chinuit pe de o parte de faptul că diferitele noţiuni matematice sunt neaplicabile şi nefolosibile în practică iar cele folosite în aplicaţii sunt de o nerigurozitate dezarmantă. Seria prezentă este consacrată matematicilor aplicate şi aplicaţiilor ei importante, numite industriale. În ea această dilemă nu există deoarece matematicianul aplicat ştie că noţiunile vagi ale ştiinţelor particulare sunt cele mai greu de definit matematic şi deci de cantitativat. Printre acestea se numără turbulenţa şi preturbulenţa, numită şi tranziţie laminar-turbulentă. Haosul determinist este o preturbulenţă, nu turbulenţă cum greşit ar sugera termenul de haos (luat singur). Turbulenţa însăşi nu are o definiţie unic acceptată, definiţiile existente referindu-se la turbulenţe şi nu la turbulenţă, corespunzătoare unor fenomene reale totalmente diferite. De aceea şi haosul determinist are mai multe definiţii. El, ca verigă între mişcările laminare, regulate şi cele turbulente, trebuie să prindă, să modeleze tocmai trecerea de la laminaritate la regimul turbulent descriptibil fizic relevant numai cu ajutorul variabilelor aleatoare şi, corespunzător, a sistemelor dinamice stochastice. Marea lămurire pe care a adus-o în ştiinţă descoperirea haosului determinist este tocmai oferirea acestei verigi şi a evidenţierii unui fapt năucitor: sistemele fizice posedă în ele premizele turbulentizării, fără aport de zgomot din afara acestor sisteme.

Descoperirea haosului determinist şi inventarea fractalilor sunt opera matematicienilor aplicaţi (aşa cum au fost N. Lorenz şi B. Mandelbrot) care la timpul respectiv au fost consideraţi fizicieni. Aceasta a fost sfidarea secolului trecut adusă matematicii pure, cufundată din ce în ce mai mult în studii de tehnică matematică şi îndepărtată din ce în ce mai mult de intuiţie, geometrie şi experiment. Cele mai importante noţiuni matematice (ca solitoni, fractali, haos determinist, bifurcaţii) au fost descoperite sau inventate de fizicieni. Realitatea nu aşteaptă pe matematicieni, în schimb opera lor desăvârşeşte intuiţia fizicienilor, o pune în chingi (numite modele şi obiecte matematice) care asigură cantitativarea mărimilor fizice vagi şi care, astfel, împinge la rândul ei cunoaşterea. Nu subestimăm descoperirile şi invenţiile matematice ci doar accentuăm faptul că, furaţi de frumuseţea ştiinţei lor, uneori matematicienii pot pierde priorităţi importante când se rup totalmente de aplicaţii.

Revenind la haos determinist şi fractali, se poate spune că deja matematicienii puri s-au dezmeticit din lovitura primită şi, dată fiind importanţa covârşitoare a acestor noţiuni, au început să le studieze sistematic şi profund. Multe idei care au condus la aceste noţiuni s-au dovedit surprinzător de importante pentru matematica pură insăşi, e.g. alegerea unui număr neîntreg ca putere a unor măsuri liniare (venind de la Hausdorff), şi au condus la dezvoltări matematice de bază. În această confruntare majoră dintre matematica pură şi fizică s-a mai înţeles un lucru: complexitatea realităţii este modelată din ce în ce mai bine, dar niciodată cât am dori de bine. Regăsim aici o aproximaţie a ideii kantiene de neconfundare a realităţii cu modelul (cunoaşterea). În acest sens fractalul a fost inventat de Mandelbrot ca un obiect matematic care să modeleze complexitatea. Nu este rău (şi nici posibil) că nu-l putem defini unic. Este bine că avem clase de fractali care modelează destul de mulţumitor clase de forme ale realităţii sau ştiinţelor. Deja este mult. Complexitatea începe să fie separată în clase de complexităţi speciale. Desigur, ideea noastră de complexitate se va schimba, aşa cum s-a schimbat mereu până acum: complex este un obiect filozofic pe care încă nu l-am modelat. După modelare încetează să mai fie considerat drept complex şi vine rândul altor obiecte şi mai complicate să fie modelate. Acesta este modul de avans în ştiinţă. Din punct de vedere aplicativ este utilă cunoaşterea claselor de fractali, chiar în absenţa unei definiţii generale, iar din punct de vedere matematic deja rezultatele obţinute onorează pe autorii lor şi din nou lumea ştiinţifică este împăcată şi mulţumită şi aşteaptă cu încredere depăşirea crizei din matematica prea tehnicizată şi îndepărtată de real şi fizica prea matematizată şi de asemenea prea îndepărtată de real. Realitatea le va ajuta pe amândouă.

Ne bucură faptul că autoarea cărţii simte deja unele dintre aceste idei când afirmă că "fiecare autor vorbeşte în oarecare măsură despre un altfel de haos". Într-adevăr, există tipuri bine definite de haos determinist, dar nu un haos determinist general. De aceea nu există o definiţie care să satisfacă cerinţele de bun simţ formulate de doi mari specialişti în haosologie: R. Bowen şi L. Chua, cerinţe menţionate la sfârşitul Capitolului I al acestei cărţi.

Capitolul 2 abordează o problemă la fel de incitantă şi cu implicaţii profunde în cunoaştere legată de sfidarea pe care o aduce informaticii impredictibilitatea pe termen lung legată de dependenţa sensibilă de data iniţială (DSDI). Sistemele dinamice care posedă DSDI nu se lasă studiate numeric, eroarea depăşind după un număr mic de iteraţii, i.e. un timp discret mic, valoarea stării. Autoarea discută implicaţiile haosului determinist în cazul timpului continuu asupra calculului numeric (analizând discretizarea stroboscopică, proprietăţile de umbrire în metodele numerice şi operatorii de trunchiere) şi implicaţiile sale asupra relevanţei calculului numeric vs. soluţia exactă.

Capitolul 3 tratează procesele contractive şi procesele iterative de funcţii şi analizează o metodă directă de calcul a măsurii lui Hutchinson a unui sistem unidimensional iterativ de funcţii (caz particular al procesului de acest tip). Această tratare este ca o continuare mai degrabă a Secţiunii 1.2, se referă la procese discrete, iar proprietăţile de contracţie via teoreme de punct fix asigură existenţa unui atractor global al procesului. Chestiunile legate de haos determinist şi fractali nu se mai pun atât de obsedant şi nici nu mai persistă grija pentru legătura dintre proces şi aproximantul său deoarece procesul însuşi poate constitui o aproximantă a celor din cazul continuu (Cap 2). Totuşi, anumiţi fractali (unii celebri) apar ca atractori ai proceselor iterative, deduşi cu ajutorul metodei menţionate. O concluzie importantă este aceea că "în anumite cazuri standard măsura Hutchinson poate fi obţinută direct ca limită de măsuri într-un anumit spaţiu metric".

Capitolul 4 este consacrat studierii a două aplicaţii: reflexia multiplă a luminii şi difuzia liniilor de câmp ale unui câmp electromagnetic fluctuant, modelate cu ajutorul unor sisteme dinamice discrete (unele haotice). Remarcăm utilitatea efectuării unei analize sistematice a bifurcaţiei biparametrice a sistemelor dinamice din acest capitol.

Citirea anumitor pasaje ale cărţii necesită cunoştinţe mai profunde de teoria sistemelor dinamice, teorie ergodică, teoria probabilităţilor şi teoria transversalităţii a lui R. Thom.

Lucrarea este scrisă clar, prezintă multe rezultate care oferă o bună introducere în teoria matematică a haosului determinist, conţine comentarii clarificatoare. Alături de sistemele dinamice tratează şi procesele, subiect întâlnit mult mai rar în literatură.

Conţinutul cărţii este de interes pentru matematicienii aplicaţi şi analişti numerici.

Această carte este un bun compagnon al celorlalte lucrări ale Seriei. Ea este printre foarte puţinele lucrări matematice româneşti consacrate haosului determinist. De aceea suntem siguri că prezenta lucrare va suscita interesul multora dintre cititorii Seriei.

16.12.2002, Bucureşti — Adelina Georgescu